

## 8.ULUSAL FİNANS SEMPOZYUMU

Faiz Oranı Eğrisi Tahmini:

T.C. Hazine Bonosu ve Eurobonds Üzerine Bir Uygulama

Suat Teker,  
İstanbul Teknik Üniversitesi  
Tel: 212.219.3030  
E-Mail: tekers@itu.edu.tr

Levent Gümüşsoy  
İstanbul Teknik Üniversitesi  
E-Mail: lgumusoy@kpmg.com.tr

## Faiz Oranı Eğrisi Tahmini:

### T.C. Hazine Bonosu ve Eurobonds Üzerine Bir Uygulama

#### 1. Giriş

Faiz oranları vade yapısı (term structure of interest rates) ya da getiri eğrileri (yield curves), firmaların portföy yönetimi, finans mühendisliği, finansman ve yatırım kararları konularında sıkça kullanılmaktadır (Lin, 1999). Sen (2001) getiri eğrilerinin modellenmesinin gerek akademik çevreler, gerek finansal piyasalardaki uygulamacılar ve gerekse merkez bankaları tarafından kapsamlı şekilde kullanıldığını belirtmektedir. Finansal teorilerin gelişiminde ve test edilmesinde önemli bir araç, faiz oranlarının vade yapısı ya da forward oranlardır. Vade ve getiri arasındaki bu ilişki, politika yapıcıları ve piyasa uygulayıcıları açısından büyük önem taşımaktadır. Özellikle forward oranlar, para politikalarının önemli bir göstergesi olarak değerlendirilebilir (Ioannides, 2003). Vade yapısının şekli, aynı zamanda makroekonomide özellikle para ekonomisinde önemli olmaktadır. Buna ilave olarak, getiri-vade ilişkisi yeni ihraç edilmiş varlıklarla, farklı vadelerdeki sabit getirili varlıkları karşılaştırma olanağı da sağlamaktadır. Vade-getiri ilişkisi; swap ve diğer türevleri fiyatlamada, bono fiyatları üzerindeki vergi etkisini araştırmada, likidite etkisini tahminde de kullanılmaktadır (Mansi&Jordan, 2003).

Getiri eğrilerinin evriminde, kapsamlı bir araştırma yer almaktadır. Bu çalışmaların önderliğini Vasicek (1977) ve Cox, Ingersoll ve Ross (1985) yapmıştır (Sen, 2001). Getiri eğrisini uydurmaya yönelik yapılan çalışmalar konusunda Hall (1999), serbest el çizimleri polinom ve eksponansiyel *splinelar*, polinom regresyona dayalı parametrik formlar bulunduğunu ifade etmektedir. Lau, Nelson-Siegel-Laguerre fonksiyonlarına bağlı olarak, *parsimonuous* getiri eğrisi modellerini tahmin etmiştir. Getiri eğrisi uyduran modeller (curve fitting), tahmin edilen eğrinin kullanım amacına göre değişiklik gösterebilir. Nelson-Siegel'in amacı, bonoları gözlemlenen vadelerinden daha öteye taşıyarak uzun vadeli bonoların getiri tahminlerini yapmaktır.

Faiz oranları vade yapısı tahmini için kullanılan modeller genel olarak iki kategori altında toplanabilir; denge (equilibrium) modelleri ve ampirik modeller (Diebold&Canlin, 2002). Vasicek (1977), Dothan (1978), Brennan ve Schwarts (1979), Cox (1985) tarafından önerilen denge modelleri, kısa vadedeki faiz oranlarının stokastik bir süreç izlediğini varsayar ve tüm vade yapısını kapsayacak bir arbitraj fiyatlama tekniği bulmaya çalışır. Elde edilen vade yapısı, etkin piyasalarla uyumlu teorik bir yapıdır ve gerçek verilere uydurulması güç olmaktadır. McCulloch (1971), Carleton ve Cooper (1976), Schaefer (1981), Vasicek-Fong (1982), Fong (1982), Chambers (1984), Nelson-Siegel (1987) ve Pham (1997) tarafından geliştirilen modeller, gerçek bono ve tahvil eğrisiyle spot getiri oranlarını (iskontolu bononun getiri oranı) tahmin için yapılan ampirik model kategorisi içinde incelenmektedir. Kupon faizli

bono, sıfır kupon faizli bono portföyünden farklı olmadığından, kupon faizli bono verilerinden kupon faizsiz bono verileri elde edilebilir. Ampirik tahminde amaç, veriyi en iyi şekilde uydurmak ve aynı zamanda düz ve sürekli getiri eğrisi elde etmektir.

Faiz oranları vade yapısı, bono fiyatlarından elde edilebilir. Burada çıkabilecek bir sorun, belli vadelere düşen herhangi bir bono ihracı olmamasıdır. Bunun yanısıra, bazı bonoların likiditesi düşüktür (Laiho, 2003). Mansi & Jordan (2003) faiz oranlarının vade yapısını oluştururken karşılaşılan iki temel problem bulunduğunu belirtmektedir. Bunlardan birincisi, vadeler arasındaki boşluklardır. Belirli vadelere sahip bonoların elde edilmesi mümkün olmayabilir. Bu nedenle aradaki boşlukların enterpole edilmesi gerekir. İkincisi, homojenlik sorunudur. Farklı nakit akış yapılarına sahip, farklı likidite ve vergi tercihlerine sahip varlıkların aynı vade aralığında toplanması, homojenlik sorunu yaratır.

Faiz oranlarının vade yapısı, üç yaklaşımla ifade edilebilir; sıfır kupon faizli bonoları vadeyle ilişkilendiren iskonto fonksiyonu, sıfır kupon faizli bonoların getirilerini vadeleriyle ilişkilendiren spot oranlar ve sıfır kupon faizli bonoların forward getirilerini vadesiyle ilişkilendiren forward oranlar.

Ferguson & Raymar (1998) bono getirilerinin vade yapısını tahmin etmede; 6. dereceden polinom, 4 ve 6 parametrelili Vasicek-Fong modelleri, Nelson-Siegel, Vasicek ve CIR yöntemlerini kullanarak, hangilerinin en iyi sonucu verdiğini araştırmıştır. *Splinelar* çok fazla veri gerektirdiğinden ve örneklem dışı çalışmalarda problem yarattığından, kullanılan yöntemlere dahil edilmemiştir. 6 parametrelili Vasicek-Fong modeli, en hatasız ve sağlam sonuçları veren yöntem olarak belirtilmiştir. Polinom tahmin ediciler, bonoların vadeleri birim aralıklarda dağıldığında daha iyi sonuçlar vermiştir.

İngiltere'nin günlük hazine bonoları ve *gilt* verileri kullanılarak faiz oranlarının vade yapılarını tahminde farklı yöntemler kullanılarak Ioannides (2003) tarafından yapılan bir çalışma, ekspanansiyel yöntemlerin daha doğru sonuçlar verdiğini ortaya koymuştur. *Parsimonious* gösterimlerin, *spline* gösterimlerden daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. *Parsimonious*, Nelson-Siegel ve bunun bir adım gelişmiş hali ise Svensson tarafından geliştirilen modellerdir.

Spot, forward oranlar ve bono fiyatları hatalarına göre beş farklı yöntemle (lineer, kübik spline enterpolasyon, Nelson-Siegel, Diament, Mansi-Philips) karşılaştırılmıştır. Örneklem için her ayın son günü veri olarak alınarak, 60 tane örneklem belirlenmiştir. Nelson-Siegel ve Mansi-Philips genel olarak, en iyi sonuçları vermiştir. En iyi yöntemin belirlenmesinde, en az enterpolasyon hatası göstermesi dikkate alınmıştır. Daha az likit varlıklar için de aynı çalışma tekrarlandığında, hataların kareleri toplamı likit olanlara göre daha büyük değerler ve daha kötü sonuçlar vermiştir (Jordan&Mansi, 2003).

Bu çalışmanın amacı, Türkiye'de ihraç edilen sabit getirili varlıklar; bonolar ve dolar cinsli eurobond'ların vadelerine göre getirilerini farklı yöntemler kullanarak (diğer adıyla faiz oranı-vade eğrilerini çizmek) ve hangi modellerin hangi şartlar altında başarılı olduğunu gözlemleyebilmektir. Eğri uydurma (*curve fitting*), en hatasız şekilde ortaya konmaya çalışılmıştır. İkinci kısımda, faiz oranı vade yapılarını açıklayan teoriler özetlenmektedir. Üçüncü bölüm, spot ve forward oranların hesaplanması

anlatılmaktadır. Daha sonra, hazine bonoları ve eurobond fiyat gözlemlerinden farklı yöntemlere göre elde edilen vade eğrileri açıklanmaktadır. Son bölüm ise, çalışmayı özetleyerek sonuçları vurgulamaktadır.

## 2. Faiz Oranları Vade Yapısı Teorileri

Faiz oranları vade yapısını açıklamaya çalışan literatürde dört farklı teori mevcuttur; beklentiler teorisi, likidite teorisi, para ikamesi teorisi ve bölümlenmiş piyasalar teorisi.

Beklentiler teorisine göre, yatırımcılar vade tercihi olmayan varlıkları ellerinde bulundukları sürece kar maksimizasyonu hedefleyen kişilerdir. Belirli bir risk sınıfına ait, vadesi önemsiz, tüm varlıklar birbirine tam ikame olarak kabul edilir. Yatırımcıların getiri oranı aynı olduğu sürece, 10-yıl vadeli bir varlık almaktansa, iki tane 5'er yıllık birbirini takip eden varlıklar almak veya periodik olarak birbirini takip eden 1'er yıl vadeli varlıklar almak arasında bir fark yoktur (Rose, 1997). Beklentiler hipotezi, faiz oranlarının gelecekteki değerini, bono sahiplerinin beklentilerinin belirlediği varsayımına dayanır. Beklentiler teorisi, aşağıdaki formülasyon yardımıyla ifade edilebilir.

$$[(1 + {}_tR_N)]^N = [(1 + {}_tR_1) (1 + {}_{t+1}f_1) \dots (1 + {}_{t+N-1} f_1)] \quad (1)$$

Bu formülde;  ${}_{t+1}f_1$ ,  $t+1$  yılındaki 1 yıl vadeli forward oranı;  ${}_tR_N$ , N yıl vadeli bononun t yılındaki spot getirisini göstermektedir.

Likidite teorisi, uzun vadeli bonoların getirisinin kısa vadeli olanlarınkinden daha yüksek olması gerektiğini savunur. Yatırımcıların çok küçük kayıplarla hızla nakde dönmeyi istediklerini varsayar. İhraççıların ise, yeniden fonlamanın getireceği maliyetlerden kaçınmak için, ekstra bir prim ödemeye razı olacağını kabul eder (Edminster, 1986). Uzun vadeli yatırımlar genel olarak kısa vadeli yatırımlardan daha risklidir. Bunun nedeni, uzun vadeli borç borçlanmalarda, borçlunun borcunu ödeyememe durumuna düşme olasılığının (default) daha yüksek olmasıdır. Bu nedenle, uzun vadeli yatırımlar daha yüksek getiri sunması beklenir.

Beklentiler teorisine göre çizilen getiri eğrisi ile gerçek getiri eğrisi arasındaki fark, likidite primi olarak ifade edilebilir. Likiditesi düşük olan varlıkların da yatırımcılar tarafından talep görmesi için, yatırımcıları uzun vadeli borç vermeye teşvik edecek bir likidite primi ödenmelidir. Likidite primi, aşağıdaki formülasyon ile gösterilebilir.

$$0 = L_1 < L_2 < L_3 < \dots < L_n \quad \text{ve} \quad (L_2 - L_1) > (L_3 - L_2) > (L_4 - L_3) \dots > (L_N - L_{N-1}) \quad (2)$$

$L_i$ , vadelere göre likidite primlerini ifade eder ve vadeler arttıkça likidite primi azalan bir oranda artar. Likidite primi dahil edilmiş beklentiler teorisi, şöylece ifade edilebilir.

$$[(1 + {}_tR_N)]^N = [(1 + {}_tR_1) (1 + {}_{t+1}f_1 + L_2) \dots (1 + {}_{t+N-1} f_1 + L_N)] \quad (3)$$

Kısa vadeli getirileri açıklamaya çalışan bir diğer bilim adamı Kessel (1965)'dir. Para ikamesi teorisine göre, kısa vadeli bonolar nakitle eşittir. Bu tür bonoların önemsenmeyecek kadar küçük risklerinin olduğu kabul edilir. Bu nedenle, kısa vadeli bonolara olan talep fazladır ve kısa vadeli bonolar uzun vadeli bonoların altında bir getiri sunar. Diğer taraftan, borç almak isteyenler maliyetlerini minimize etmek için,

uzun vadeli finansman ararlar. Sonuç olarak, arz fazlası ve düşük likiditeden ötürü uzun vadeli bonolar daha yüksek getiri sunarlar.

Sermaye piyasaları farklı ihtiyaçlara sahip geniş bir kullanıcı kitlesine (ihraççı ve borç veren) sahiptir. Bir kısım yatırımcılar, kısa vadeli yatırımları tercih ederken, bir kısım orta vadeli yatırımları, diğer bir kısım da uzun vadeli yatırım seçeneklerini tercih eder. Bölümlenmiş piyasalar teorisi, bu kesimlerin arasında ilişki olmadığını ve kendi içlerindeki arz-talep güçlerinin getiri eğrisinin genel şeklini oluşturmada etkili olduğunu varsayar. Bankalar ve inşaat firmalarının günlük nakit yönetimlerinin bir parçası olarak, büyük oranda eğrinin kısa vadeli bölümüyle ilgilenmesi, bu teoriyi desteklemektedir.

### 3. Spot ve Forward Oranların Elde Edilmesi

Vade-getiri eğrilerini elde etmek için, kupon faizli bonoların iskontolu bonolar şeklinde düşünülüp, spot oranların elde edilmesi gerekir. Böylece elde edilen spot oranlardan faydalanılarak, forward oranlar elde edilebilir. Hesaplanmış forward oranlar da kullanılarak, vade-getiri eğrileri çizilebilir. Spot getirilerin elde edilmesinde temel olarak, aşağıdaki denklem kullanılabilir.

$$P_d = \sum_{n=1}^N \frac{C}{(1 + rs_n)^n} + \frac{M}{(1 + rs_n)^N} \quad (4)$$

$$= \left[ \sum_{n=1}^N C \times df_n \right] + (M \times df_N) \quad (5)$$

Yukarıdaki formülde,  $rs_n$ , n yıl vadeye sahip olan sıfır kupon faizli spot bono getirisini; C, kupon faiz oranını; M, anapara geri ödemesini;  $df_n$ , iskonto faktörünü ifade etmektedir.

Hazine bonoları, kamunun kısa vadeli borcunu ifade eden menkul kıymetlerdir. Hazine bonoları iskontolu fiyattan işlem görür ve vade tarihinde nominal değeri üzerinden ödenir. Hazine bonolarının getirileri aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$k = \left( \frac{N}{P} \right)^{365/c} - 1 \quad (6)$$

Bu denklemdeki; k, yıllık bileşik faiz oranını; N, TL cinsinden nominal değeri; P, bonoya ödenen fiyatı; c ise vadeye kalan gün sayısını ifade eder. Örneğin, 8 Mart 2004 tarihinde vadesine 58 gün kalan ve piyasa fiyatı 96.887 TL olan bir hazine bonosunun yıllık getiri oranı, %22.2 olarak bulunur.

$$k = \left( \frac{100}{96.887} \right)^{365/58} - 1 = \%22.02 \quad (7)$$

Örneğin, 1, 2 ve 3 yıl vadeli nominal değerdeki bonoların getirileri sırasıyla %5, %5.25 ve %5.75 olarak hesaplanmışsa, bu bonolara ait iskonto faktörleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$df_1 = \frac{1-0}{1+0.05} = 0.95238$$

$$df_2 = \frac{1-(0.05)(0.95238)}{1+0.0525} = 0.90261$$

$$df_3 = \frac{1-(0.0575)(0.95238+0.90261)}{1+0.0575} = 0.84476$$

Hesaplanan iskonto fonksiyonlarının doğruluğunu sınamak amacıyla bir sağlama işlemi yapılırsa;

$$100 = 105 \times 0.95238$$

$$100 = 5.25 \times 0.95238 + 105.25 \times 0.90261$$

$$100 = 5.75 \times 0.95238 + 5.75 \times 0.90261 + 105.75 \times 0.84476$$

olur. Elde edilen iskonto fonksiyonlarından da spot oranlar aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$df_1 = \frac{1}{(1+rs_1)} = 0.95238 \Rightarrow rs_1 = \%5$$

$$df_2 = \frac{1}{(1+rs_2)^2} = 0.90261 \Rightarrow rs_2 = \%5.269$$

$$df_3 = \frac{1}{(1+rs_3)^3} = 0.84476 \Rightarrow rs_3 = \%5.778$$

Bir forward işlemi, bir varlığın gelecekteki bir tarihte alım yada satımı anlaşmasının bugün yapılması olarak tanımlanabilir. Forward oranlar, spot oranlardan elde edilebilir. Forward getiri eğrisi, vadeye bağlı olarak forward oranları gösteren bir grafikdir. Forward oranlar, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$P_d = \frac{C}{(1+{}_0rf_1)} + \frac{C}{(1+{}_0rf_1)(1+{}_1rf_2)} + \dots + \frac{M}{(1+{}_0rf_1)(1+{}_1rf_2)\dots(1+{}_{N-1}rf_N)} \quad (8)$$

$$P_d = \sum_{n=1}^N \frac{C}{\prod_{i=1}^n (1+{}_{i-1}rf_i)} + \frac{M}{\prod_{i=1}^N (1+{}_{i-1}rf_i)} \quad (9)$$

Yukarıdaki formülde;  $rf_n$ , n yılında vadesi dolacak olan 1 yıl vadeli bononun forward getirisidir.

Forward oranlar, spot oranlardan elde edildiğinden forward oranlara sıfır kupon faizli forward oranlar da denilebilmektedir. Aslında, spot oranlar forward oranların geometrik ortalamasıdır. Bu ifade aşağıdaki denklemle daha net olarak ifade edilebilir.

$$(1 + rs_n)^n = (1 + {}_0rf_1)(1 + {}_1rf_2) \dots (1 + {}_{n-1}rf_n) \quad (10)$$

Yukarıdaki ifade yeniden düzenlenirse;

$$(1 + {}_{n-1}rf_n) = \frac{(1 + rs)^n}{(1 + rs)^{n-1}} = \frac{df_{n-1}}{df_n} \quad \text{olur.} \quad (11)$$

Bu formül 2 ve 3 yıl vadeli forward oran hesaplamaları için kullanılırsa;

$$(1 + {}_1rf_2) = \frac{(1 + 0.05269)^2}{(1 + 0.05)} = \%5.539$$

$$(1 + {}_2rf_3) = \frac{(1 + 0.05778)^3}{(1 + 0.05269)^2} = \%6.803 \quad \text{olarak elde edilir.}$$

**Tablo 1: Spot, forward oranlar ve iskonto faktörleri**

Vade (yıl)	Spot oran	Forward oran	İskonto faktörleri
1	%5	%5	0.952380
2	%5.269	%5.539	0.902061
3	%5.778	%6.803	0.844760

#### 4. T.C. Hazine Bonoları ve Eurobond Getiri-Vade Eğrilerinin Oluşturulması

T.C. Hazine bonoları ve Eurobond verileri kullanılarak, vade-getiri oranı eğrileri elde etmek için altı farklı model kullanılmıştır. Bu modeller; ikinci, üçüncü, dördüncü ve altıncı dereceden polinom fonksiyonlar, Svensson ve Diament modelleridir. Hazine bonolarıyla yapılan çalışma, kısa vadeler için (en fazla 1,5 yıl) eğriler oluşturulmasını sağlarken, Eurobond verileriyle uzun vadeler için eğriler elde edilmiştir. Ayrıca, Hazine bonoları verileri iki zaman dilimi halinde incelenerek, 2000 Kasım ve 2001 Şubat krizlerinin etkileri görülmeye çalışılmıştır.

Toplanan veriler, 1.11.2001–8.3.2004 dönemine ait Hazine bonoları günlük fiyat ve getirilerinden oluşmaktadır. Elde edilen veriler içindeki en uzun vadeli bono, 539 gündür. Eurobond verileri de aylık ortalama getiriler olarak elde edilmiştir ve 2002 yılının Ocak-Eylül dönemindeki ortalama getirileri kapsamaktadır. 1.11.2001-1.1.2003 dönemi birinci zaman dilimi, 1.1.2003-1.3.2004 dönemi ise ikinci zaman dilimi olarak tanımlanıp, her iki zaman dilimi için de çalışmalar ayrı ayrı yapılmıştır. Bu şekilde bir gruplama yapılmasının nedeni, 2000 Kasım ve 2001 Şubat krizlerinin etkilerini ilk kısımda görüp, ekonomi taşları yerine oturmaya başladıktan sonraki ikinci dönem bono verilerini kullanarak

aradaki farkı yansıtılabilmektedir. Ay sonu bono fiyat verileri alınarak, farklı modellerle bono getiri eğrileri elde edilmiştir. Her iki dönem için 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360 ve varsa yine 30 günlük dönemlerle daha uzun vade grupları oluşturulmuş ve belirlenen tarihler arasındaki tüm 30 günlük, tüm 60 günlük bono verileri kendi içinde gruplanarak ortalamaları alınmıştır. Elde edilen ortalamalardan, genel olarak o dönemi karakterize edecek getiri eğrileri elde edilmiştir. Son olarak, 1.11.2001-8.3.2004 dönemindeki tüm veriler için benzer bir çalışma yapılmış ve sabit aralıklı vadelerle getiri eğrisi elde edilmiştir.

Hazine bonoları için uygulanacak modeller, polinom fonksiyonlar (2. dereceden, 3. dereceden, 4. dereceden, 6. dereceden) ve Svensson getiri eğrisi fonksiyonudur. Eurobondlar için yukarıda belirtilen modellere ilave olarak, Diament'in geliştirdiği model de kullanılmıştır.

İkinci dereceden polinom fonksiyon;

$$Y(X) = \beta_1 + (\beta_2 \times X) + (\beta_3 \times X^2) \quad (12)$$

Üçüncü dereceden polinom;

$$Y(X) = \beta_1 + (\beta_2 \times X) + (\beta_3 \times X^2) + (\beta_4 \times X^3) \quad (13)$$

Dördüncü dereceden polinom fonksiyon;

$$Y(X) = \beta_1 + (\beta_2 \times X) + (\beta_3 \times X^2) + (\beta_4 \times X^3) + (\beta_5 \times X^4) \quad (14)$$

Altıncı dereceden polinom;

$$Y(X) = \beta_1 + (\beta_2 \times X) + (\beta_3 \times X^2) + (\beta_4 \times X^3) + (\beta_5 \times X^4) + (\beta_6 \times X^5) + (\beta_7 \times X^6) \quad (15)$$

Diament'in geliştirdiği model;

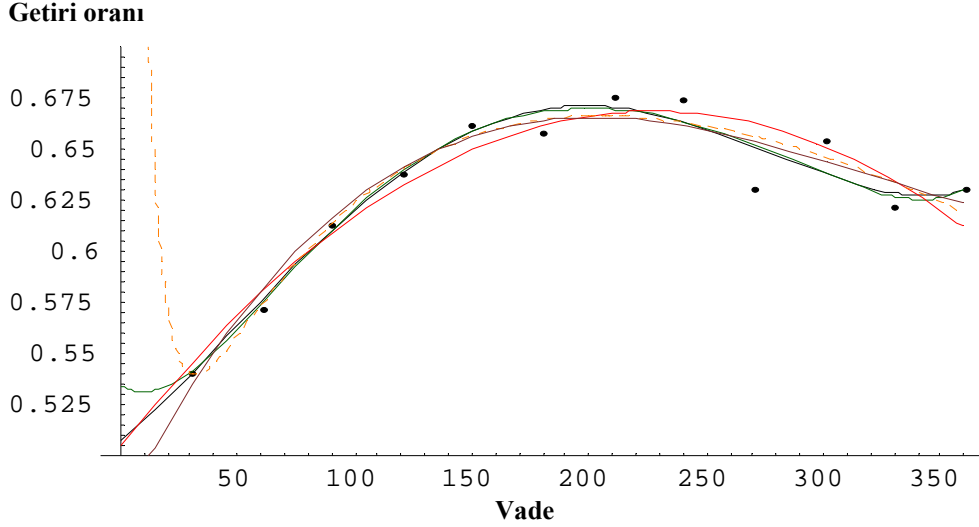
$$Y(X) = \frac{(\beta_1 \times X^{\beta_2}) + \beta_3}{(\beta_4 \times X^{\beta_2}) + 1} \quad (16)$$

Svensson'un geliştirdiği model;

$$Y(X) = (\beta_1 \times X) + \left[ \beta_2 \times \left( \frac{1}{X} \right) \right] + [\beta_3 \times \log(X)] + \beta_4 \quad (17)$$

Yukarıdaki formüllerde;  $Y(X)$ , Getiri fonksiyonu;  $X$ , vade;  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7$ , tahmin edilecek parametreleri ifade eder. Hazine bonoları için vade, gün bazında; Eurobondlarda ise vadelerin uzun olmasından ötürü, vade yıl bazında alınmıştır.

1.11.2001-1.1.2003 tarihleri arasındaki 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360 gün vadeli bonoların ortalama getirileri gözönüne alınarak yapılan çalışma sonucunda, Şekil 1'deki vade grafiği elde edilmiştir



**Şekil 1: 1.11.2001-1.1.2003 dönemine ait ortalama Hazine Bonosu getiri oranları**

Yukarıdaki grafikte, 2.dereceden polinom kırmızı, 3.dereceden polinom kahverengi, 4. dereceden polinom siyah, 6. dereceden polinom yeşil, Svensson denklemi kesikli turuncu ve Diament modeli mavi renk ile ifade edilmektedir.

Her denklemin ortalama birim hata karelerine (root-mean-square-error RMSE) bakılarak, hangisinin en iyi şekilde vade-getiri eğrisini ifade ettiği görülebilir. Tablo 2’de tüm modellerin RMSE’leri verilmiştir.

**Tablo 2: 1.11.2001-1.1.2003 tarihleri arasındaki ortalama değerlerin RMSE’leri**

Denklem	RMSE	RMSE sırası (en düşük 1)
Polinom (2. dereceden)	0,012663	5
Polinom (3. dereceden)	0,010469	4
Polinom (4. dereceden)	0,009240	2
Polinom (6.dereceden)	0,009175	1
Svensson	0,010317	3

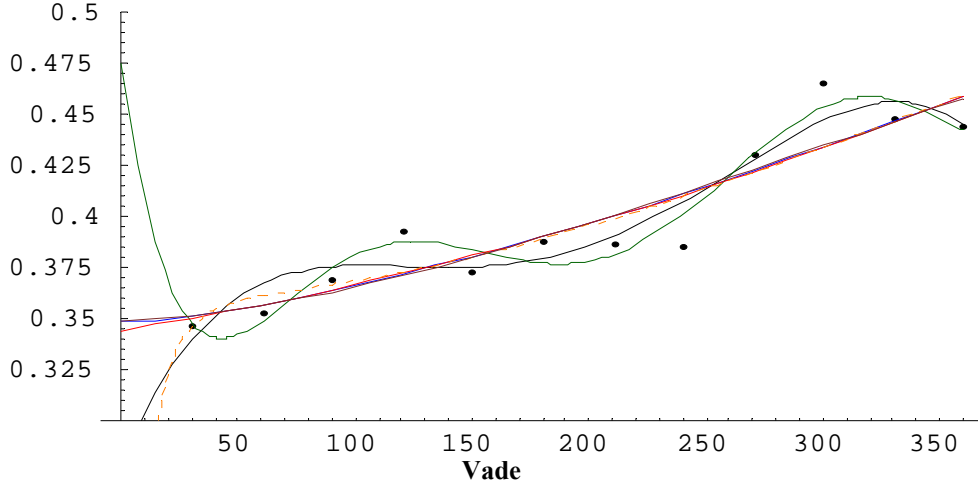
En düşük RMSE’yi sağlayan denklem 6.dereceden polinom fonksiyondur. Jordan ve Mansi (2003), sabit aralıklarla (vade aralığı) denklem tahmini yapıldığında, en iyi sonuçları polinom fonksiyonların gösterdiğini belirtmektedir. Eldeki sonuçlara göre, bu ifade ile uyumlu olan en iyi sonucu 6.dereceden polinom fonksiyonun verdiği görülür. Polinomun derecesi düştükçe, RMSE’si artmaktadır. Svensson, Nelson-Siegel fonksiyonu üzerinden elde edilmiş bir fonksiyondur ve ağırlıklı olarak uzun vadeli varlıkların fiyatlarını belirlemede kullanılır.

Şekil 1’de de görüldüğü gibi, hafif bir yükselişten sonra artan vadelerde, getiriler azalan bir eğimi izlemektedir. Getiri oranları oldukça yüksektir. Bu durumun oluşmasında kriz döneminin de önemli etkileri görülmektedir. 2000 Kasım krizi öncesinde faiz oranları %20’lere kadar düşerken, Şekil 1’deki grafikten de izlendiği gibi, krizlerin etkileriyle faiz oranları çok yüksek seviyelere ulaşmıştır. Kısa dönem için getiriler düşüktür, fakat azalan bir oranda vade uzadıkça getiri de uzamakta ve daha sonra tekrar düşme eğilimine girmektedir. Bu durum, krizin etkilerinin azalmaya başladığının göstergesi olarak da görülebilir. Tablo 3’te gerçek veriler ve denklemlerin tahminleri yer almaktadır.

**Tablo 3: 1.11.2001- 1.1.2003 tarihleri arasındaki ortalama gerçek değer ve tahmin değerleri**

Vade (gün)	Faiz Oranı	2. polnm	3. polnm	4. polnm	6. polnm	Svensson
30	0.5411	0.54498	0.53363	0.53992	0.54064	0.54057
60	0.5715	0.57960	0.58063	0.57549	0.57356	0.57333
90	0.6130	0.60852	0.61574	0.60945	0.61000	0.61295
120	0.6378	0.63172	0.64032	0.63784	0.63934	0.63971
150	0.6610	0.64922	0.65575	0.65804	0.65840	0.65679
180	0.6583	0.66100	0.66341	0.66874	0.66768	0.66379
210	0.6749	0.66707	0.66466	0.67000	0.66881	0.66565
240	0.6740	0.66743	0.66090	0.66319	0.66327	0.66270
270	0.6308	0.66209	0.65349	0.65101	0.65233	0.65592
300	0.6540	0.65103	0.64381	0.63752	0.63821	0.64601
330	0.6210	0.63426	0.63323	0.62808	0.62652	0.63349
360	0.6307	0.61178	0.62313	0.62942	0.62993	0.61879

1.1.2003-8.3.2004 tarihleri arasındaki bono verileriyle elde edilen grafik Şekil 2’de görülmektedir. Bu dönem incelendiğinde, faiz oranlarında genel bir düşüş görülmektedir. Bununla birlikte, benzer şekilde yukarı yönlü bir getiri eğrisi de elde edilmiştir. Daha detaylı bakıldığında 240 güne kadar olan vadelerde ve getirilerde düze çok yakın bir eğri ortaya çıkarken, daha uzun vadelerde faiz oranları yükselme eğilimindedir. Artan vadeye bağlı olarak faiz oranlarındaki bu yükselişte hem likidite teorisi hem de para ikamesi teorisinde anlatılanların etkileri bulunmaktadır. Geleceğe ilişkin beklentilerdeki belirsizliğin getirdiği risk unsuru, uzun vadeli bonoların getirilerinde artışa yol açmaktadır.

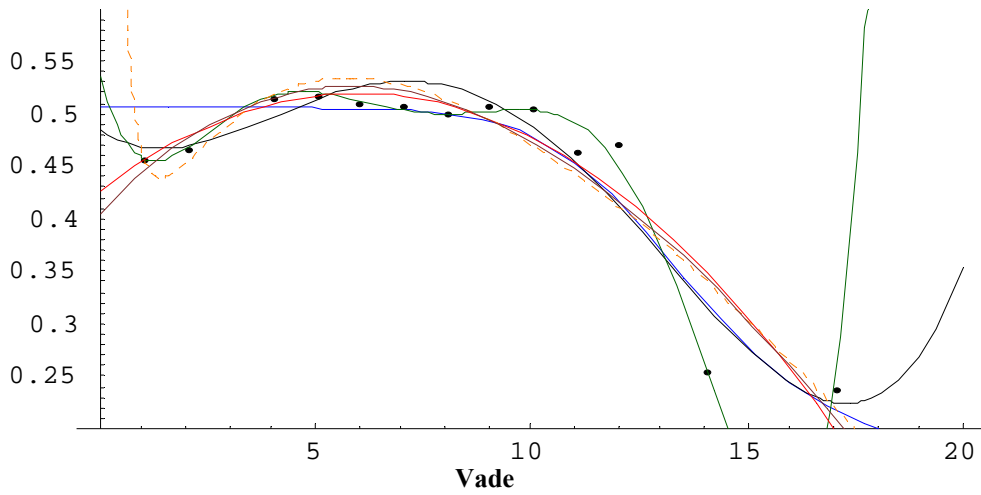
**Getiri oranı****Şekil 2: 1.1.2003 – 8.3.2004 dönemine ait ortalama Hazine Bonosu getiri oranları**

Tablo 4'te de görüldüğü gibi, en düşük RMSE'yi yine ilk dönemde olduğu gibi 6.dereceden polinom fonksiyon vermiştir. Yine benzer şekilde polinom tahmin edicilerin derecesi azaldıkça, RMSE değerleri yükselmekte ve hata oranları artmaktadır.

**Tablo 4: 1 Ocak 2003-8 Mart 2004 dönemi ortalama değerlerin RMSE'leri**

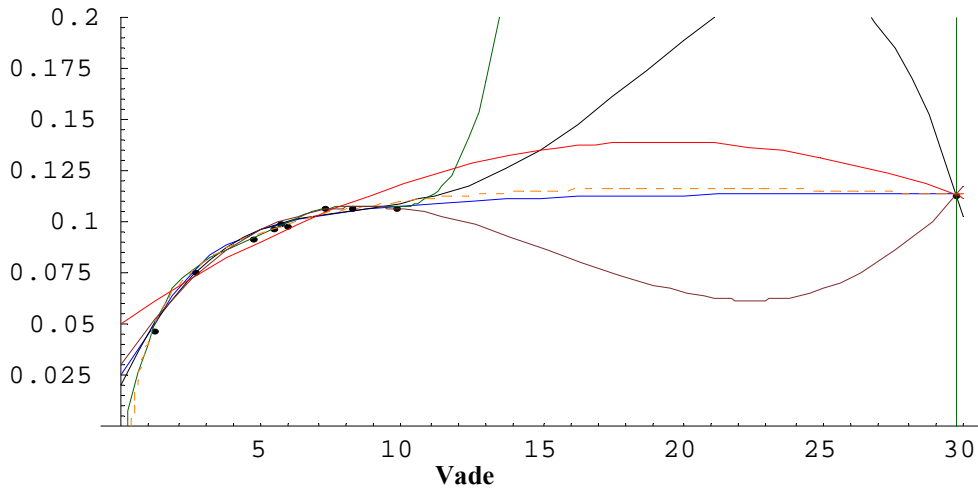
Denklem	RMSE	RMSE sırası (en düşük 1)
Polinom (2. dereceden)	0,014933	5
Polinom (3. dereceden)	0,014896	4
Polinom (4. dereceden)	0,011400	2
Polinom (6.dereceden)	0,008079	1
Svensson	0,014790	3

Tüm dönemde ortalama getiriler gözönüne alınarak incelendiğinde, 2001- 2004 arası dönem için kambur bir getiri eğrisi elde edilmektedir. Bu dönemde kredi faiz oranlarının yüksek olduğu ve kredi bulmanın güç olduğu söylenebilir. Uzun vadeli getiri oranlarının düşük olması, gelecekte enflasyonun düşeceği beklentisinin hakim olduğunu ifade etmektedir. Bu dönemde ise, iktidarda tek partinin bulunmasının ve ekonominin iyiye gitmesinin de etkisi görülmektedir. Tüm dönem için belli vadelerdeki bonoların ortalamaları alınarak, elde edilen grafik Şekil 3'te gösterilmiştir. Vade birimleri, ay olarak alınmıştır.

**Getiri oranı****Şekil 3: 1.11.2001-8.3.2004 dönemi sabit vadedeki Hazine Bonosu ortalama değerleri**

Eurobondlar için hazine bonoları verileriyle kullanılan denklemlere ilave olarak, Diament modeli kullanılmıştır. Şekil 4'te Nisan ayı ortalamasına ait Eurobond getiri eğrileri görülmektedir. Dönem içerisindeki yeni ihraçlar da veri grubuna eklenmiştir.

Hazine bonoları verileriyle elde edilen grafiklere bakıldığında, verilerin birbirinden fazla sapma göstermediği aylarda, 4. ve 6.dereceden polinomlar diğerleri kadar iyi sonuçlar verirken, diğer durumlarda yüksek dereceli polinomların daha büyük sapmalar gösterdiği görüldü. 2.dereceden polinom ve Svensson modellerinin ise, uzun vadeler için gerçeğe daha yakın eğriler sağladığı görülür.

**Getiri oranı****Şekil 4: Nisan ayı ortalama Eurobond vade-getiri oranı eğrisi**

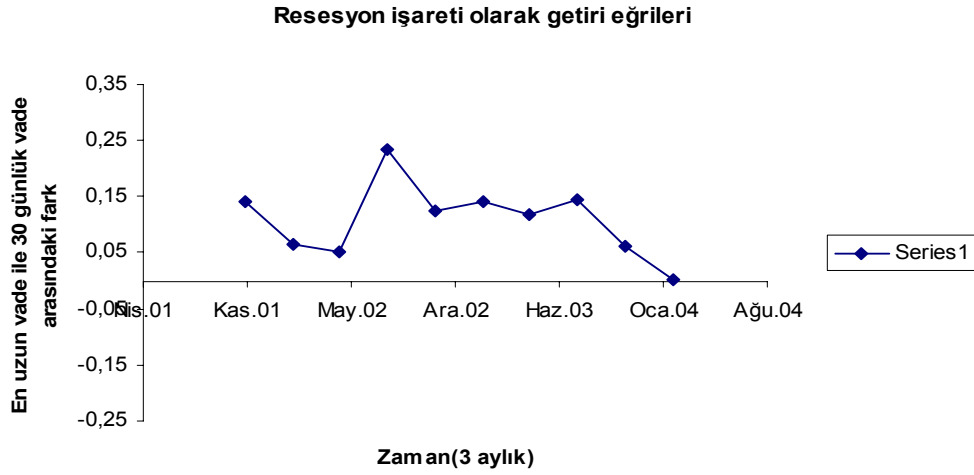
Eurobond verileriyle elde edilen grafiklere bakıldığında, Jordan ve Mansi (2003) tarafından belirtilen kısa vadede ve sabit vade aralıklarında polinom fonksiyonların iyi sonuçlar verdiği, daha uzun vadeli bonolarla yapılan çalışmalarda Svensson, Diament gibi modellerin daha sağlıklı sonuçlar verdiği

gerçeği şekil 4 üzerinde daha açık olarak görülmektedir. Svensson ve Diament, vade aralıklarının sabit olmadığı bu durumlarda vade aralıklarını beklenen şekilde (vade uzadıkça düzleşen bir eğri) ile enterpole etmektedir. Polinom fonksiyonlar ise, aşırı sapsmalar göstererek negatif sonuçlar vermekte veya aşırı değerler sunmaktadır. Beklenen en yakın değerleri sunan polinom fonksiyon ise, 2.dereceden polinom fonksiyon olmaktadır. Derece arttıkça hassaslığın arttığı polinom fonksiyonlar, vade yapılarını tahmin etmekten uzaklaşmaktadır. Diament ve Svensson denklemleri ise, vadeye bağlı olarak eğimi gittikçe azalan, düzleşen eğriler ortaya koymaktadır.

### 5. Getiri Eğrileri Kullanım Alanları

Faiz oranı vade yapısı eğrileri; gelecekte beklenen faiz oranları tahmininde, resesyon tahmininde, yatırım ve finansman kararları süreçlerinde kullanılabilir.

Zaman içinde herhangi bir andaki getiri eğrisi, yatırımcıların ve ihraççıların faiz oranlarının gelecekteki değerine ilişkin beklentilerini değerlendirmede faydalı olur. Getiri eğrisinin eğimi (10-yıl vadeli getiri ile 3-ay vadeli getiri arasındaki fark), hükümetlerin uyguladığı para politikasının sıklık derecesini göstermektedir ve bu farka bakılarak gelecekteki olası resesyona ilişkin tahminler yapılabilir. Sıfıra yakın bir fark düz bir getiri eğrisini gösterirken, negatif fark aşağı yönlü getiri eğrisini ifade eder. Hafif yukarı yönlü bir eğri paranın ucuz olması, gevşek para politikası olarak algılanabilir. Bunu takiben, yüksek enflasyon ve yüksek bono getirisi beklentisi yer alması beklenir. Aşağı yönlü yüksek eğime sahip getiri eğrisi, sıkı para politikası ve kredi imkanlarının sıkı olduğu bir ortam olarak düşünülebilir. Bunu takiben düşük enflasyon ve bono getirisi beklentisi yer alır. Aşağı yönlü getiri eğrileri, genellikle resesyon öncesi dönemde gerçekleşir. 1955-1990 arasında Amerika’da 3-ay vadeli ve 10-yıl vadeli bonolar arasındaki farka bakıldığında, eğri ne zaman düz ya da aşağı yönlü ise, kısa bir süre sonra resesyonla karşılaşmıştır. Türkiye’de hazine bonusu için en fazla 17 ay vadeli bono verileri mevcuttur. 1 Kasım 2001 ve 1 Mart 2004 tarihleri arasında 3’er aylık arayla 30-gün vadeli getiri ile en uzun vadeli getiri arasındaki fark aşağıdaki grafikte gösterilmektedir. Aşağıdaki şekilde de görüleceği gibi, fark döneme genel olarak bakıldığında, faiz oranları farkı aşağı yönlü bir hareket izlemektedir. Şubat 2004’te fark sıfıra çok yakındır. Amerikan hazine bonolarıyla yapılan çalışmaya paralel olarak, farkın negatife gitmesi bir resesyon işareti olarak algılanabilir.



**Şekil 5: Resesyon işareti olarak getiri eğrileri.**

Getiri eğrileri borç yapıları (vade), varlık yapılarından farklı olan finansal kurumlar tarafından yatırım kararlarında kullanılabilir. Mevduatların çoğu kısa vadeli, verdiği kredilerin çoğu da uzun vadeli olan bir banka için, yukarı yönlü bir getiri eğrisi avantajlı olur. Çünkü bu durumda mevduat oranlarının uzun vadeli kredi oranlarından düşük olması gerekir. Böylece bankanın *spreadi*, getiri eğrisi düz olduğunda daha da artar. Uzun vadeli krediler sabit faiz oranı üzerinden verilmişse, yukarı yönlü bir getiri eğrisi göreceli olarak daha düşük bir getiri sağlanacağını gösterir.

Getiri eğrisi aynı zamanda bono ihraç etmeyi planlayan firmalar tarafından finansal kararlarında da kullanılabilir. Farklı vadelerdeki varlıkların getiri oranlarına bakarak, firmalar farklı vadelerdeki bonolara ödenecek getiri oranını tahmin etmeye çalışırlar ve uzun vadede getiri eğrisinin verilerine göre strateji belirlerler.

## 6. Sonuç

Faiz oranlarının vade yapısı (term structure of interest rates) veya getiri eğrileri (yield curves), farklı vadelerde, o vadelere karşılık gelen getiri oranlarının belirlenmesiyle oluşturulur. Faiz oranları vade yapısı, finans çevreleri ve hükümetler tarafından çok farklı amaçlar için kullanılmaktadır. Vade-getiri ilişkisi swap ve diğer türevleri fiyatlamada ve makroekonomik olarak gelecekteki ekonomik aktiviteleri tahmin etmede de kullanılabilir. Kısa ve uzun vade getirileri arasındaki fark ile riskli firma bonoları ve devlet bonoları getirileri arasındaki fark, enflasyon ve resesyon gibi değişkenleri açıklamada ve belirlemede kullanılabilir.

Bu çalışmada faiz oranlarının vade yapılarının elde edilmesinde iki farklı veri seti kullanılmıştır; Hazine bonusu ve Eurobond verileri. Hazine bonoları verileri günlük olup en fazla 1.5 yıl vadeli. Hazine bonusu verileriyle yapılan çalışmada veriler, iki gruba ayrılarak 2000 Kasım ve 2001 Şubat krizlerinin etkisi birinci grupta izlenmeye çalışılırken, ikinci grupta ise krizin etkisinden uzak bono

getirilerinin vade yapıları elde edilmiştir. Eurobond vadeleri ise 1-30 yıl arasında değişmektedir. Buradan da Türkiye'nin uzun vadeli borçlanma yapısına ilişkin grafikler elde edilmiştir.

Genel olarak iki dönem de incelendiğinde ortaya çıkan sonuç, yukarı yönlü getiri eğrilerinin elde edilmesidir. Bu durum, kolay kredi bulunan kısa vadeli faiz oranlarının düşük olduğu bir yapıyı karakterize etmektedir, diye açıklanabilir. Ayrıca, piyasalarda gevşek bir faiz politikasının olduğu sonucu da çıkarılabilir. Tüm döneme ilişkin ortalama değerler alınarak yapılan çalışmada ise, aşağı yönlü bir getiri eğrisi ortaya çıkmaktadır. Normal aşağı yönlü getiri eğrilerinin ifade ettiklerinden ayrı olarak, kriz sonrası faiz oranlarının yüksek seviyelerde seyretmesi ve 2-3 yıl sonrasına doğru kademeli olarak faizlerdeki düşüşün etkisiyle bu şekilde bir grafik elde edilmiştir. Eurobond verileriyle elde edilen bulgular da benzer şekilde yukarı yönlü getiri eğrileridir. Vade arttıkça gittikçe düzleşen bir vade yapısı elde edilmiştir.

Kullanılan tahmin denklemleri incelendiğinde, sabit aralıklı vadelerle oluşturulan, birinci ve ikinci dönemi yansıtan ortalama eğrilerde polinom tahmin edicileri, Svensson kadar hatta ondan daha iyi sonuçlar sunmaktadır. RMSE değerlerinden de bu durum görülebilmektedir. Fakat Eurobond verileriyle yapılan çalışmalara bakıldığında, RMSE değerlerine göre polinom tahmin edicilerin yine iyi sonuçlar vermesine karşın, grafiksel gösterimlerine bakıldığında çok aşırı değerler ve hatta negatif değerler de aldığı görülmektedir. Beklendiği gibi artan vadeye bağlı olarak gittikçe düzleşen, eğimi gittikçe azalan getiri eğrileri en iyi Svensson ve Diament'in tahmin ettiği fonksiyonlarla elde edilmiştir.

Sonuç olarak, Türkiye'de gerek hazine bonolarının gerekse Eurobondların vade yapısının yukarı yönlü olduğu söylenebilir. Vade yapılarının oluşumunda kullanılan grafikler açısından ise, sabit vade aralıklarında polinom fonksiyonlar da iyi sonuçlar verirken, uzun vadede Svensson ve Diament modelleri daha sağlıklı sonuçlar sunmaktadır.

#### KAYNAKÇA

- Choudhry, M. (2001). *The bond and money markets: strategy, trading, analysis*. Great Britain: Bath Press.
- Cooper, S. K., Fraser, D. D., Uselton, G. C. (1983). *Money, the financial system, and economic policy*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co.
- Diebold, F. X. & Canlin, L. (2002, Mart). *Forecasting the term structure of government bond yields*.
- Edminster, R. O. (1986). *Financial institutions :Markets and management*. (2. baskı.). New York : McGraw-Hill.
- Ferguson, R., Raymar, S. (1998). A comparative analysis of several popular term structure estimation models. *The Journal of Fixed Income*. 7,4. 17-33.
- Hall., A. D. (1999). Parametric forecasts of Australian yield curves. *Mathematics and Computers in Simulation*, 48, 541-549.
- Ioannides, M. (2003). A comparison of yield curve estimation techniques using UK data. *Journal of Banking & Finance*.27, 1-26.
- Jordan, J. V., Mansi, S. A. (2003). Term structure estimation from on-the-run treasuries. *Journal of Banking & Finance*. 27, 1487-1509.
- Kritzman, M. (1993, Haz.-Ağus.). What practitioners need to know...about the term structure of interest rates. *Financial Analysts Journal*, 49-4, 14-18.
- Lin, B., Yeh, S. (2001). Estimation for factor models of term structure of interest rates with jumps: the case of the Taiwanese government bond market. *Journal of International Financial Markets*.11, 167-197.

- Lin, B. (1999). Fitting the term structure of interest rates for Taiwanese government bonds. *Journal of Multinational Financial Management*, 9, 331-352.
- Malkiel, B. G. (1966). *The term structure of interest rates*. New Jersey : Princeton University Press.
- Miller, R. L., & VanHoose, D. D. (1993). *Modern money and banking*. New York: McGraw-Hill.
- Pham, T. M. (1998). Estimation of the term structure of interest rates: An international perspective. *Journal of Multinational Financial Management*, 8, 265-283.
- Reilly, F. K. (1997). *Investment analysis and portfolio management*.(5. baskı.). USA: The Dryden Press.
- Rose, P. S. (1997). *Money and capital markets: financial institutions and instruments in a global marketplace*.(6. baskı.). Chicago: Irwin.
- Sen, A. (2001, Kasım). Evolution of the yield curve and the business cycle: An econometric model. *Financial Markets Group and Department of Economics*.
- Sundaresan, S. M. (1997). *Fixed income markets and their derivatives*. Cincinnati, Ohio : South- Western College Pub.

